

משרד המשפטים - מועצת השמאים
פתרון בחינה ב"לוחות שומה, עריכתם והשימוש בהם"
מועד 26.02.2007

שאלה מס' 1 (סה"כ 20 נקודות)

(5 נקודות) א) בחודש הראשון $n=0$, בשני $n=1$ וכך הלאה - לפיכך בחודש m יהיה $n=(m-1)$:

$$FV(PV=10K, i=7.5\%, n) \geq FV(PV=20K, i=2.5\%, n)$$

$$10K * (1 + 0.075)^n \geq 20K * (1 + 0.025)^n$$

$$\frac{10}{20} = \frac{(1 + 0.025)^n}{(1 + 0.075)^n} \Rightarrow 0.5 = \left(\frac{1.025}{1.075}\right)^n = 0.953488^n$$

$$n = \frac{\log 0.5}{\log 0.953488} = 14.55 \Rightarrow n = 15 \Rightarrow m = n + 1 = 16$$

בדיקה:

$$m=15 \rightarrow 10,000 * (1.075)^{14} - 20,000 * (1.025)^{14} = 27,524 - 28,259 \cong -735$$

$$m=16 \rightarrow 10,000 * (1.075)^{15} - 20,000 * (1.025)^{15} = 29,588 - 28,966 \cong 623$$

(5 נקודות) ב) כאשר עלינו לבחור רק השקעה אחת מבין השתיים - נבחר את ההשקעה בעלת העני"ן הגבוה יותר עבור מחיר ההון של המשקיע. מהנתונים לא ניתן לדעת מהו העני"ן של כל השקעה, עבור מחיר הון של 6%, ולכן לא ניתן להמליץ לשמיעון באיזו מהן לבחור.

$$500,000 * 4.2210 * 125.4 / 102.9 / 5.1178 * 1.06^{10} = 900,000 \quad (5 \text{ נקודות}) \text{ ג)}$$

$$PV_A = 15,000 \quad (5 \text{ נקודות}) \text{ ד)}$$

$$PV_B = 7,500 + 7,500 / (1+0.03)^1 = 14,781.55$$

$$PV_C = 0 + 15,000 / (1+0.03)^1 = \mathbf{14,563.11}$$

$$PV_D = 5,000 + 5,000 / (1+0.03)^1 + 5,000 / (1+0.03)^2 = 14,567.35$$

אפשרות C בעלת העני"ן הנמוך ביותר מבין האפשרויות ולכן היא האפשרות המומלצת.

שאלה מס' 2 (סה"כ 15 נקודות)

(7 נקודות) א) הריבית החצי שנתית:

$$i_h = (1 + 0.07)^{(1/2)} - 1 = 3.44\%$$

המדד החצי שנתי:

$$r_h = (1 + 0.06)^{(1/2)} - 1 \cong 2.96\%$$

ריבית חצי שנתית שוות ערך:

$$i = (1 + i_h) * (1 + r_h) - 1 = 1.0344 * 1.0296 - 1 = 6.50\%$$

הסכום שהצטבר:

$$FV_{BGN}(Pmt=2,000, i=6.5\%, n=2*20) = 374,096$$

$$\text{Pmt}_{\text{BGN}}(\text{FV}=374,096, i=3.44\%, n=2*20) = 4,337 \quad (4 \text{ נקודות}) \quad \text{ב)}$$

$$i_q = i_{\text{BGN}}(\text{FV}=374,096, \text{Pmt}=2,000, n=4*20) = 1.89\% \quad (4 \text{ נקודות}) \quad \text{ג)}$$

$$iy = (1+0.0189)^4 - 1 = 7.78\%$$

שאלה מס' 3 (סה"כ 25 נקודות)

(13 נקודות) א) חלופת הרכישה:

הלוואת המשכנתא הנדרשת:

$$1,000,000 * 1.06 - 100,000 = 960,000$$

יכולת ההחזר החודשית:

$$6,000 - 500 = 5,500$$

תקופת המשכנתא (בחודשים):

$$n(\text{PV}=960,000, \text{Pmt}=5,500, i=4.8/12\%) = 300$$

שווי הדירה עם סיום תקופת המשכנתא:

$$\text{FV}(\text{PV}=1,000,000, i=1.5\%, n=300/12) = 1,450,945$$

חלופת השכירות:

יתרה הכנסה פנויה לחסכון:

$$6,000 - 3,330 = 2,670$$

הריבית החודשית על החסכון:

$$i_m = (1 + 0.037)^{(1/12)} - 1 = 0.3032\%$$

ערך החסכון בתום תקופת המשכנתא:

$$\text{FV}(\text{PV}=100,000, \text{Pmt}=2,670, i=0.3032\%, n=300) = 1,551,214$$

ההמלצה:

ערך החסכון בתום תקופת המשכנתא יהיה גבוה מערך הדירה ולכן חלופת השכירות עדיפה - היתרון הכספי של חלופת השכירות:

$$1,551,214 - 1,450,945 = 100,269 \approx 100,000$$

(12 נקודות) ב) חלופת הרכישה:

הלוואת המשכנתא הנדרשת:

$$1,000,000 * 1.06 - 700,000 = 360,000$$

ההוצאה החודשית עבור החזר המשכנתא:

$$\text{Pmt}(\text{PV}=360,000, i=4.8/12\%, n=300) = 2,063$$

יתרה הכנסה פנויה לחסכון:

$$6,000 - 500 - 2,063 = 3,437$$

ערך החסכון בתום תקופת המשכנתא:

$$FV(Pmt=3,437, i=0.3032\%, n=300) = 1,677,594$$

ערך כולל עם סיום תקופת המשכנתא (דירה + חסכון):

$$1,450,945 + 1,677,594 = 3,128,539$$

חלופת השכירות:

ערך החסכון בתום תקופת המשכנתא:

$$FV(PV=700,000, Pmt=2,670, i=0.3032\%, n=300) = 3,039,162$$

ההמלצה:

הערך הכולל בתום תקופת המשכנתא יהיה גבוה מערך החסכון ולכן חלופת הרכישה עדיפה - היתרון הכספי של חלופת הרכישה:

$$3,128,539 - 3,039,162 = 89,377 \approx 89,000$$

שאלה מס' 4 (סה"כ 20 נקודות)

נמצא את $(1 + i_y)^n$ מהחזר ההלוואה ליצחק:

$$34,586.48 = 6,500 * (1 + i_y)^n \rightarrow (1 + i_y)^n = 34,586.48 / 6,500 = 5.321$$

נמצא את i מהסכום שהצטבר בתכנית החסכון:

$$34,586.48 = 1,015.15 * [(1 + i_y)^n - 1] / i_y$$

$$i_y = 1,015.15 / 34,586.48 * [34,586.48 / 6,500 - 1] = 0.126825 = 12.6825\%$$

הריבית החודשית על המשכנתא:

$$i = (1 + 0.126825)^{(1/2)} - 1 = 0.01 = 1\%$$

דרך פתרון א'

$$(n_m - 3) = n(PV=118,419.34, Pmt=1,721.65, i=1\%) = 117 \rightarrow n_y = (117 + 3) / 12 = 10 \quad \text{(א) (4 נקודות)}$$

$$FV(Pmt=1,721.65, i=1\%, n=120) = 120,000 \quad \text{(ב) (12 נקודות)}$$

$$1,721.65 * 120 - 120,000 = 86,598 \quad \text{(ג) (4 נקודות)}$$

דרך פתרון ב'

$$q = (1+i) = 1.01 \quad \text{(12 נקודות) (ב) נסמן:}$$

יתרת ההלוואה לאחר התשלום הראשון:

$$Y_1 = PV - (Pmt - i \cdot PV) = PV - Pmt + i \cdot PV = q \cdot PV - Pmt$$

יתרת ההלוואה לאחר התשלום השני:

$$Y_2 = Y_1 - (Pmt - i \cdot Y_1) = Y_1 - Pmt + i \cdot Y_1 = q \cdot Y_1 - Pmt = q \cdot [q \cdot PV - Pmt] - Pmt =$$

$$q^2 \cdot PV - q \cdot Pmt - Pmt = q^2 \cdot PV - (q+1) \cdot Pmt$$

יתרת ההלוואה לאחר התשלום השלישי :

$$Y_3 = Y_2 - (Pmt - i \cdot Y_2) = Y_2 - Pmt + i \cdot Y_2 = q \cdot Y_2 - Pmt = q \cdot [q^2 \cdot PV - (q+1) \cdot Pmt] - Pmt =$$

$$q^3 \cdot PV - (q+1) \cdot q \cdot Pmt] - Pmt = q^3 \cdot PV - q^2 \cdot Pmt - q \cdot Pmt - Pmt = q^3 \cdot PV - (q^2 + q + 1) \cdot Pmt$$

סכום הלוואת המשכנתא :

$$PV = [Y_3 + (q^2 + q + 1) \cdot Pmt] / q^3$$

$$PV = [118,419.34 + (1.01^2 + 1.01 + 1) \cdot 1,721.65] / 1.01^3 = 120,000$$

$$n_m = n(PV=120,000, Pmt=1,721.65, i=1\%) = 120 \rightarrow n_y = 120 / 12 = 10 \quad (4 \text{ נקודות}) \quad \text{א)}$$

$$1,721.65 \cdot 120 - 120,000 = 86,598 \quad (4 \text{ נקודות}) \quad \text{ג)}$$

שאלה מס' 5 (סה"כ 20 נקודות)

10 נקודות) א) במחיר הון 9% :

מגרש B

מגרש A

דמי החכירה המהוונים :

$$PV(Pmt=60,000, i=5\%, n=9) = 426,469$$

$$PV(Pmt=50,000, i=5\%, n=13) = 469,679$$

ע"נ של הוצאות התפעול :

$$PV(Pmt=80,000, i=9\%, n=9) = 479,620$$

$$PV(Pmt=50,000, i=9\%, n=13) = 374,345$$

סה"כ ע"נ של ההוצאות :

$$PV = 426,469 + 50,000 + 479,620 = 956,089$$

$$PV = 469,679 + 250,000 + 374,345 = 1,094,024$$

הוצאה שנתית שוות ערך :

$$Pmt (PV = 956,089, i=9\%, n=9) = 159,475$$

$$Pmt (PV=1,094,024, i=9\%, n=13) = 146,125$$

במחיר הון של 9% ההוצאה השנתית שוות הערך נמוכה יותר במגרש A ולכן הוא עדיף.

10 נקודות) ב) במחיר הון 18% :

מגרש B

מגרש A

דמי החכירה המהוונים :

$$PV(Pmt=60,000, i=5\%, n=9) = 426,469$$

$$PV(Pmt=50,000, i=5\%, n=13) = 469,679$$

ע"נ של הוצאות התפעול :

$$PV(Pmt=80,000, i=18\%, n=9) = 344,242$$

$$PV(Pmt=50,000, i=18\%, n=13) = 245,476$$

סה"כ ע"נ של ההוצאות :

$$PV = 426,469 + 50,000 + 344,242 = 820,711$$

$$PV = 469,679 + 250,000 + 245,476 = 965,154$$

הוצאה שנתית שוות ערך :

$$Pmt (PV = 820,711, i=18\%, n=9) = 190,729$$

$$Pmt (PV=965,154, i=18\%, n=13) = 196,589$$

במחיר הון של 18% ההוצאה השנתית שוות הערך נמוכה יותר במגרש B ולכן הוא עדיף.